

Visualización en el área de superficies planas. Elementos para el análisis de textos escolares¹

Marmolejo, Gustavo Adolfo²
González, Maria Teresa³.

Resumen

En esta conferencia presentaremos una metodología de análisis a través de la cual es posible discriminar las maneras de ver que se privilegian en las tareas propuestas por los libros de texto al desarrollar el área de superficies planas. Aspecto de relevante importancia en la búsqueda de discriminar los fenómenos que subyacen a la enseñanza y aprendizaje del área de superficies planas, pues, por un lado, la visualización asociada a las figuras geométricas desempeña un importante papel para cargar de sentido y significado la enseñanza del área de superficies planas y, por otra parte, estos materiales didácticos tienden a caracterizar las maneras como los profesores de matemáticas desarrollan sus clases.

Palabras claves: visualización, áreas de figuras planas, textos escolares, metodología de análisis.

1. Introducción

La visualización no es un asunto de constatación inmediata y simple, sino una cuestión de tratamiento de la información cuya complejidad, para el caso particular del aprendizaje de la geometría ha de ser descrita (Duval, 1999; Marmolejo y Vega, 2012; Marmolejo 2007, 2010). Varios investigadores en educación matemática han realizado estudios en este sentido sobre todo aquellos que han trabajado con Duval, es a través de tales estudios que ha sido posible desarrollar una perspectiva semiótica y cognitiva para su comprensión. Estas investigaciones han permitido comprender que una misma figura puede dar lugar a aprehensiones de distinta naturaleza (Duval, 1999), que existen factores que aumentan o disminuyen la complejidad de ver sobre una figura geométrica (Duval, 1999) y, así mismo, que las figuras juegan diferentes estatus y funciones en el desarrollo de actividades geométricas (Duval, 2003). Lo anterior, junto a las dificultades de orden visual que evidencian los estudiantes en algunas pruebas regionales, nacionales e internacionales (Dupuis et al, 1978, citado por Duval, 1999, Vázquez, Marmolejo, Torres y otros, 2005,

¹ En esta conferencia se presenta algunos avances del proyecto doctoral *Papel de la visualización en la enseñanza del área de superficies planas en España y Colombia. Análisis de textos escolares y su uso en el aula de clase.*

² Universidad de Nariño. Departamento de Matemáticas y Estadística. usalgamav@gmail.com.

³ Universidad de Salamanca. Doctorado en ciencias naturales y exactas. maite@usal.es

M.E.N, 1998), son elementos suficientes que ponen en evidencia que ver las figuras es un asunto que está lejos de ser obvio y espontáneo.

El área de superficies planas, por otro lado, se constituye en el lugar idóneo para la enseñanza de la visualización en los primeros años de enseñanza de las matemáticas. Son dos los aspectos que explican esta afirmación. Por un lado, su estudio, entre variados aspectos, moviliza los distintos tipos de aprehensión que permiten las figuras (perceptual, operatoria y discursiva), además, suscita el paso de un tipo de aprehensión a otro. Elementos claves a considerar en cualquier proceso de caracterización de la visualización (Duval, 1995). Por otro lado, al ser el área un objeto de estudio a lo largo de toda la educación primaria y al encontrarse relacionada con la construcción de otros conceptos, relaciones y operaciones matemáticas de interés en la educación primaria (p.e. las fracciones), hacen posible que a la visualización se constituya en un lugar de reflexión constante y concomitante en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica.

Los manuales escolares, por otra parte, son uno de los materiales didácticos de mayor consideración por los profesores al planear, preparar y desarrollar sus clases de matemáticas (Gonzalez, 2002), aspecto que influyen en qué y cómo aprenden estudiantes (Garcia y Garcia, 1997), se consideran en la investigación en el campo de la educación matemática en importantes referentes a tener en cuenta para comprender muchos fenómenos asociados a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, si bien es amplio el número de informes de la literatura especializada donde se ha estudiado la visualización y su papel en la construcción de pensamiento matemático, son muy pocos aquellos que se interesan por la manera en que esta actividad cognitiva subyace en la construcción de conocimiento matemático en los libros de texto (Falduto, 2008 y Yerushalmy, 2005). En estos casos la atención recae sobre objetos matemáticos (funciones) y registros de representación (gráficos cartesianos, tablas, escritura aritmética) de naturaleza distintos a los estudiados en este documento.

La investigación a la cual se encuentra asociada esta conferencia se interesa por los fenómenos que subyacen a la enseñanza de las matemáticas vinculados con el rol que

desempeña la visualización en la manera en que los textos escolares desarrollan el área de superficies planas, en particular, se pretende dar respuesta a las siguientes preguntas ¿Cuáles son las maneras de ver que los manuales de texto privilegian al desarrollar el área de superficies planas? ¿Cuál es el nivel de complejidad visual que introduce el desarrollo o comprensión de las tareas expuestas en los textos escolares al construir el área de superficies planas? ¿Cuáles son las posibilidades de enseñanza de la visualización asociada al registro semiótico de las figuras que subyacen a la construcción del área en los textos escolares analizados?

En este sentido, se pone en evidencia en esta presentación un marco metodológico para la caracterización de las tareas que subyacen a las maneras como los libros de texto suscitan el desarrollo del área de superficies planas en los primeros ciclos de la educación básica. Para su desarrollo se adaptaron los referentes teóricos expuestos por Duval (1995, 1999, 2003, 2005) que caracterizan la visualización asociada a las figuras geométricas, se analizaron actividades de 42 libros de texto de seis editoriales de España y Colombia de los temas correspondientes a las nociones de áreas de superficies planas y su medida, así como la relación entre el área y el perímetro de figuras planas. A continuación se describe las categorías que constituyen dicha metodología.

3. Metodología de análisis

Son cinco las categorías a privilegiar en este instrumento metodológico y que presentaremos en la conferencia, a saber: operaciones, cambio figural, cambio dimensional, cambio de focalización y flujo visual. En lo que sigue se describe en detalle cada una de ellas, así como los elementos que les caracterizan:

- **Operaciones:** las figuras permiten distintos tipos de modificaciones, por cada modificación existen varias operaciones cognitivas que brindan a las figuras su productividad heurística (Duval, 1999, p.156). Fueron 9 las operaciones discriminadas en los libros de texto en estudio, a saber: reconfiguración, configuración, anamorfosis, traslación, simetría axial, cuadratura, superposición y fraccionamiento.
- **Cambio dimensional:** las figuras bidimensionales imponen, según la primera de las leyes gestálticas de organización y reconocimiento perceptivo de las formas, una

prioridad en la discriminación de unidades 2D sobre unidades 1D y 0D (Duval, 2004). Esto quiere decir que sobre una figura bidimensional, en primera instancia, se reconoce una forma y, sólo en segundo lugar, se pasa a discriminar los lados que le constituyen. Además, al ser estos discriminados se perciben como bordes no separables de la figura (Duval, 2004). La descomposición por deconstrucción dimensional se refiere al acto de vencer esta particularidad de las figuras bidimensionales y consiste en descomponer la figura en unidades figurales de dimensión inferior al de la figura de partida (Duval, 2003. p.20). Son tres las clases de cambio dimensional presentes en los libros de texto analizados: fijo, desdoblamiento y operatorio.

- ***Cambio figural:*** según Duval (1998) el cambio figural, o aprehensión operativa, alude al efecto que produce en una configuración geométrica la aplicación de acciones que transforman su organización perceptual. Son real, parcial, intermitente, intrínseco y no real.
- ***Cambio de focalización bidimensional:*** refiere a las distintas maneras en que en el desarrollo de una tarea se aplica sobre la figura en estudio, cambios en la manera de verla centrados en unidades visuales 2D, es decir, pasar de centrar la atención en las características globales 2D de la figura de partida a hacerlo en sus partes 2D constituyentes (sub-figuras o sub-configuraciones) y/o en caso de haber varias figuras de partida, pasar de centrar la atención de una a otra y/o considerar simultáneamente la forma y contorno de la figura de partida y la de la figura de llegada, Son tres las maneras en que en los libros de texto se aplican cambios de focalización 2D: intrafigural, configural y mixto.
- ***Flujo visual:*** alude al sentido de la secuencia visual utilizada en el desarrollo de las actividades propuestas en los textos escolares, es decir, a la manera cómo en el desarrollo de la tarea propuesta se organizan los distintos cambios (figural, dimensional, focalización 2D) y operaciones para determinar cómo se debe ver la figura de forma pertinente para el desarrollo o comprensión de la problemática planteada. Para que haya flujo visual es necesario la presencia de al menos dos de las maneras de ver antes citadas o una de ellas y la aplicación de una operación. Son dos los flujos visuales considerados, a saber, lineal y en circuito.

4. Conclusiones

Las figuras geométricas en la enseñanza de la geometría desempeñan un papel determinante, ver adecuadamente en ellas permite que este tipo de representaciones pasen a ser soportes heurísticos en el desarrollo de actividades geométricas. Sin embargo, la visualización en matemáticas es un asunto complejo para la mayoría de los estudiantes de los primeros años de la educación básica (Marmolejo, 2007; Marmolejo y Vega, 2012). Por tanto, la discriminación del rol que esta actividad cognitiva desempeña en la enseñanza de las matemáticas en los primeros ciclos de la educación básica es un asunto ineludible. El área de superficies planas al ser un tópico donde la operatividad figural juega un papel determinante y los textos escolares al ser uno de los materiales didácticos de mayor uso en la escuela, se constituyen en lugares ideales para su estudio. La metodología de análisis aquí presentada es una importante herramienta para lograr tal fin, pues, no solo permite caracterizar las operaciones que los textos escolares suscitan en la comprensión o desarrollo de las tareas que proponen en términos de los cambios figurales, dimensionales, de focalización y flujos visuales introducidos, sino que también suscita la discriminación del tipo de dinamismo introducido por las figuras y el nivel de complejidad visual que subyace al desarrollo y comprensión de las tareas expuestas en los libros de texto al construir el área de superficies planas.

Referencias bibliográficas:

- Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: kinds of representation and specific processing. En R. Sutherland y J. Mason (eds), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*. Springer: Berlín, 142-157.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 37-51.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizaje intelectuales*. Traducción realizada por Myriam Vega Restrepo, (1^a ed.). Cali. Colombia. Artes Gráficas Univalle.

- Duval, R. (2003). Voir en mathématiques. En E. Filloy (Ed.), *Matemática educativa. Aspectos de la investigación actual*. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. Mexico, 41-76.
- Duval, R. (2004). *Cómo hacer que los alumnos entren en las representaciones geométricas. Cuatro entradas y...una quinta*. (Traducción del María del Carmen Chamorro. Colección Aulas de verano). Instituto Superior de Formación del Profesorado. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives*, 10, 5-53.
- Falduto, V. (2008). a content analysis of contemporary college algebra *textbooks*: applications of *visualization* strategies. Tesis Doctoral no publicada. Nova Southeastern University. Florida. United States.
- Garcia, A. y Garcia, J.A. (2007). Statistical inference in textbooks: mathematical and everyday contexts, *Proceeding of the 31 Conference of the International Group for the psychology of Mathematics Education.. PME 31*, (2), 257-264.
- González, M.T. (2002). *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático: perspectiva histórica acerca de los puntos críticos*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Salamanca.
- Yerushalmy, M. (2005) Function of Interactive Visual Representations in Interactive Mathematical Textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical learning*, 10 (3), 217 – 249.
- Marmolejo, G. (2005). Análisis del Tópico de Geometría y Medición. En *Pruebas Censales y Formación de Pensamiento Matemático en la escuela*. Universidad del Valle. Cali. Colombia, 27-44
- Marmolejo, G. (2007). *Algunos Tópicos a tener en cuenta en el aprendizaje del registro semiótico de las figuras. Procesos de visualización y factores de visibilidad*. Tesis de magister no publicada. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Marmolejo, G. (2010). La visualización en los primeros ciclos de la educación básica. Posibilidades y complejidad. *Revista Sigma*, 10(2), 10-26

- Marmolejo, G. y Vega, M. (2012). La Visualización en las Figuras Geométricas un Asunto Complejo y de Importancia en el Aprendizaje de la Geometría en la Educación Básica. En prensa
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Análisis y Resultados de las pruebas de Matemáticas - T.I.M.S.S./96*. Santafé de Bogotá: Creamos Alternativas